



Неполная диссоциация и неизоселективность ионита в смешанной многоионной форме

Кузьминых В.А., Селеменев В.Ф.

Воронежский государственный университет, Воронеж

Аннотация

Разработана модель не полностью диссоциирующего ионообменника (ионита) в смешанной многоионной форме, основанная на строгом термодинамическом анализе равновесного химического состава его фазы в условиях образования противоионами с фиксированным ионом ионных пар различной устойчивости. Выведено уравнение, обобщающее закон разбавления Оствальда в брутто-многоионном виде и выражающее зависимость между степенью диссоциации ионита и его составом при произвольном числе компонентов. Установлена взаимосвязь между усредненными по противоионному составу брутто-характеристиками не полностью диссоциирующего ионита (селективности, диссоциации и устойчивости, образованных с фиксированным ионом ионных пар), а также их зависимость от состава равновесного многокомпонентного раствора сильного электролита. Выявлены условия неизоселективности ионита при его неполной диссоциации с зависимостью брутто-коэффициентов бионных разделений от наличия конкурирующих противоионов и их термодинамических характеристик

Введение

Одной из наименее разработанных проблем теоретической химии ионного обмена является управление селективностью ионита, как правило, зависящей от ионного состава взаимодействующих фаз и определяющей тем самым конечные результаты ионообменного разделения [1-12]. Показано, что, даже при идеальном обмене двух равнозарядных ионов, проблема неизоселективности ионита становится актуальной, как только ограничения на полную диссоциацию ионита снимаются [13-15]. На это указывают и представленные в литературе экспериментальные данные [16-17], согласно которым наблюдаемая степень диссоциации, даже у сульфокатионообменников, не превышает 30-70%, а коэффициенты их селективности не постоянны с тенденцией к уменьшению, по мере превращения ионита в конечную ионную форму, и обращением селективности, в ряде случаев [2-3, 6-11]. Проявляемое, таким образом, свойство неизоселективности не полностью диссоциирующего ионита, значительно осложняет прогнозирование его ионного состава по составу равновесного раствора электролита, даже в простейшем случае идеального обмена двух однозарядных ионов [13-17] и требует выявления физико-химической взаимосвязи между коэффициентом селективности и степенью диссоциации ионита, а также их зависимости от равновесных составов взаимодействующих фаз [13-15].

Модель не полностью диссоциирующего ионита

Предлагаемая неструктурированная модель, представляет расширение рассмотренной ранее [13-15] для случая бинарного обмена на более общий случай произвольного числа конкурирующих противоионов в равновесном с ионитом растворе сильного электролита.

Физико-химические предпосылки и положения

Исходные представления основаны на строгом термодинамическом анализе равновесного химического состава ионита гелевого типа, рассматриваемого как не полностью диссоциирующий полиэлектролит с равномерно распределенными фиксированными ионами R – при эквивалентном межфазном обмене противоионов A его исходной формы на равнозарядные сорбируемые противоионы B_i :

$$\bar{C}_{B_i} / \bar{C}_A = K_{A,B_i} C_{B_i} / C_A \quad (i = 1, \dots, m) \quad (1)$$

из смеси сильных электролитов I-X ($I=A, B_1, \dots, B_m$) с одним общим коионом (X):

$$\overline{R-A} + \sum_{i=1}^m \bar{B}_i - X \Leftrightarrow \sum_{i=1}^m R-B_i + A-X \quad (i = 1, \dots, m). \quad (2)$$

При этом, учитывается сопутствующая возможность образования противоионами I ($I=A, B_i: i=1, \dots, m$) ионных пар различной устойчивости с фиксированным ионом R внутри фазы ионита и их частичной диссоциации:

$$\bar{R} + \bar{I} \Leftrightarrow \bar{RI} \quad (3)$$

$$\bar{C}_{RI} = K_{RI} \bar{C}_I \bar{C}_R \quad (I=A, B_i: i=1, \dots, m) \quad (4)$$

в условиях электронейтральности в каждой из фаз:

$$\sum_{A, B_i} C_I = C_X \equiv const, \quad \sum_{A, B_i} \bar{C}_I = \bar{C}_R \quad (I=A, B_i: i=1, \dots, m) \quad (5)$$

и постоянства суммарного количества противоионов в диссоциированном и недиссоциированном состояниях в ионите:

$$\sum_{A, B_i} \bar{C}_I + \bar{C}_{RI} = a \equiv const \quad (I=A, B_i: i=1, \dots, m). \quad (6)$$

Обозначения: а – общая концентрация полиэлектролита в ионите, равная его удельной обменной емкости в условиях полной диссоциации; \bar{C}_R (\bar{C}_{RI}) – концентрация ионизированных (неионизированных с противоионом I) неионизированных функциональных групп R (RI) в ионите; K_{RI} – константы устойчивости функциональных групп RI с противоионом $I=A, B_i$ ($i=1, \dots, m$); C_I – концентрации противоионов в равновесном с ионитом проточном (или неограниченного объема) растворе из смеси сильных электролитов I-X ($I=A, B_i: i=1, \dots, m$) с одним общим коионом концентрации CX.

Бинарные разделения противоионов в многоионной системе

В соответствии с (4), каждая из термодинамических констант K_{RI} является индивидуальной характеристикой устойчивости неионизированных функциональных групп

RI с противоионом I смешанной многоионной $A + \sum_{i=1}^m B_i$ – формы ионита ($I=A, B_i: i=1, \dots, m$), а также определяет коэффициенты распределения этого противоиона:

$$\bar{F}_I = \bar{C}_{RI} / \bar{C}_I = K_{RI} \bar{C}_R \quad (I = A, B_i: i=1, \dots, m) \quad (7)$$

и его разделения с десорбируемым ионом A:

$$\bar{K}_{A, B_i} = \bar{F}_{B_i} / \bar{F}_A = \bar{K}_{R B_i} / \bar{K}_{R A} = (\bar{C}_{R B_i} / \bar{C}_{B_i}) / (\bar{C}_{R A} / \bar{C}_A) \quad (i=1, \dots, m) \quad (8)$$

внутри фазы ионита между его неионизированной составляющей (состоящей из ионных пар RI) и полностью диссоциированным полиэлектролитом, сформированными в результате частичной диссоциации ионита в смешанной $A + \sum_{i=1}^m B_i$ – форме.

Таким образом, наряду с межфазным бинарным разделением десорбируемого иона с каждым из сорбируемых ионов (1) имеют место их бинарные разделения внутри фазы ионита между ее диссоциированной и недиссоциированной составляющими:

$$\frac{\bar{C}_{RB_i}}{\bar{C}_{RA}} = \bar{K}_{A,B_i} \frac{\bar{C}_{B_i}}{\bar{C}_A}, \quad \bar{K}_{A,B_i} = K_{RB_i} / K_{RA} \quad (i=1, \dots, m), \quad (9)$$

а также – между недиссоциированной составляющей фазы ионита и внешним раствором сильного электролита:

$$\frac{\bar{C}_{RB_i}}{\bar{C}_{RA}} = K_{RA,RB_i} \frac{C_{B_i}}{C_A}, \quad K_{RA,RB_i} = K_{A,B_i} \bar{K}_{A,B_i} \quad (i=1, \dots, m). \quad (10)$$

При этом каждое из разделений сорбируемого и десорбируемого ионов характеризуется, своим индивидуальным коэффициентом бинарного разделения и лишь, в частном случае – равноустойчивости ионных пар, образуемых фиксированным ионом R с десорбируемым (RA) и сорбируемым (RB_i) ионами: $K_{RA} = K_{RB_i}$, диссоциированная и недиссоциированная электролитические составляющие фазы ионита проявляют одинаковую избирательность (селективность) к сорбируемому иону B_i из раствора по сравнению с десорбируемым ионом A исходной формы ионита:

$$K_{A,B_i} = K_{RA,RB_i} \Leftrightarrow \bar{K}_{A,B_i} = K_{RB_i} / K_{RA} = 1. \quad (11)$$

При наиболее вероятной – различной устойчивости неионизированных функциональных групп с десорбируемым (RA) и сорбированным (RB_i) противоионом ($K_{RA} \neq K_{RB_i}$) коэффициенты разделения этих противоионов между внешним раствором электролита и полярными по степени диссоциации электролитическими составляющими фазы ионита также различны:

$$K_{A,B_i} \neq K_{RA,RB_i} \Leftrightarrow \bar{K}_{A,B_i} = K_{RB_i} / K_{RA} \neq 1. \quad (12)$$

Поэтому, брутто-селективность ионита к сорбируемому иону B_i (с различными по селективности диссоциированной и недиссоциированной электролитическими составляющими) представляется усредненно по всему объему его фазы и выражается соответствующим брутто-коэффициентом бинарного разделения

$$\langle K_{A,B_i} \rangle = \frac{\bar{C}_{B_i} + \bar{C}_{RB_i}}{\bar{C}_A + \bar{C}_{RA}} \frac{C_{B_i}}{C_A} = K_{A,B_i} \frac{1 + \bar{\Gamma}_{B_i}}{1 + \bar{\Gamma}_A} = K_{A,B_i} \frac{1 + K_{RB_i} \bar{C}_R}{1 + K_{RA} \bar{C}_R} = K_{A,B_i} \frac{1 + K_{RB_i} a \alpha_R}{1 + K_{RA} a \alpha_R}, \quad (13)$$

который характеризует разделение сорбируемого и десорбируемого ионов (B_i–A) между внешним раствором сильного электролита и ионитом в целом – для каждой пары противоионов (B_i–A: $i=1, \dots, m$), а его значение зависит от степени диссоциации ионита

$$\alpha_R = \sum_{A,B_i} \bar{C}_I / a = \bar{C}_R / a, \quad (I = A, B_i: i=1, \dots, m) \quad (14)$$

– как доли ионизированных функциональных групп ионита в смешанной многоионной $A + \sum_{i=1}^m B_i$ – форме.

Выявленная однопараметрическая зависимость от степени диссоциации ионита брутто-коэффициентов бинарных разделений десорбируемого и сорбируемых ионов A–B_i (13), приводит к задаче нахождения степени диссоциации ионита α_R по составу его фазы и равновесного с ним многокомпонентного раствора сильного электролита – при заданных

термодинамических характеристиках ионита $\{K_{RA}; K_{RBi}; K_{A}; B_i; i=1, \dots, m\}$ в смешанной $A + \sum_{i=1}^m B_i$ -форме.

Диссоциация ионита в смешанной многоионной форме

Для ионита, находящегося в любой из моноформ ($I=A, B_i; i=1, \dots, m$), степень его диссоциации определяется из соответствующего уравнения образования (диссоциации) ионных пар RI (4), поскольку в этом случае

$$\bar{C}_I = \bar{C}_R = \alpha_I a, \quad \bar{C}_{RI} = a - \bar{C}_R = (1 - \alpha_I) a, \quad (I=A, B_i; i=1, \dots, m) \quad (15)$$

и, по аналогии с законом разбавления Освальда для бинарного электролита [19],

$$1 - \alpha_I = K_{RI} a \alpha_I^2 \Leftrightarrow a \alpha_I^2 = K_I (1 - \alpha_I) \quad (I=A, B_i; i=1, \dots, m). \quad (16)$$

Таким образом, степень диссоциации ионита в форме иона I однозначно определяется константой устойчивости KRI неионизированных функциональных групп с этим ионом (RI, I=A, B_i) или константой их диссоциации KI (I=A, B_i; i=1, ..., m).

Для смешанной $A + \sum_{i=1}^m B_i$ -формы ионита суммирование уравнения (4) по каждому из противоионов I=A, B_i (i=1, ..., m), с учетом (5-6), приводит к многокомпонентному брутто-ионному обобщению закона Освальда [19] и ранее полученных результатов [15] для бионной формы ионита:

$$1 - \alpha_R = \langle K_{RI} \rangle a \alpha_R^2 \Leftrightarrow a \alpha_R^2 = \langle K_R \rangle (1 - \alpha_R), \quad (17)$$

где

$$\langle K_{RI} \rangle = \sum_{I=A, B_i} K_{RI} \bar{C}_I / \bar{C}_R, \quad (\langle K_R \rangle = \sum_{A, B_i} K_I \bar{C}_{RI} / (a - \bar{C}_R)) \quad (18)$$

– "брутто-константы" устойчивости (ионизации) функциональных групп ионита RI с противоионами I его смешанной многоионной $A + \sum_{i=1}^m B_i$ -формы данного равновесного состава, являющиеся статистическим усреднением термодинамических констант устойчивости KRI (диссоциации – KI) функциональных групп RI ионита по составу диссоциированной (недиссоциированной) составляющей его фазы (I=A, B_i; i=1, ..., m).

Полученное обобщение (17-18) позволяет выразить, в явном виде, зависимость степени диссоциации ионита (α_R) от брутто-ионных характеристик устойчивости (диссоциации) неионизированных функциональных групп RI (I=A, B_i; i=1, ..., m) его смешанной многоионной формы (18):

$$1 / \alpha_R = 1 / 2 + [1 / 4 + \langle K_{RI} \rangle a]^{1/2} = 1 / 2 + [1 / 4 + a / \langle K_R \rangle]^{1/2}, \quad (19)$$

а также от состава равновесного с ионитом многокомпонентного раствора сильного электролита – через концентрационные зависимости этих усредненных характеристик:

$$\langle K_{RI} \rangle = \sum_{I=A, B_i} C_I K_{A,I} K_{RI} / \sum_{I=A, B_i} C_I K_{A,I} \quad (K_{A,A}=1), \quad (20)$$

$$\langle K_R \rangle = \sum_{A, B_i} C_I \bar{K}_{A,I} K_{A,I} K_I / \sum_{A, B_i} C_I \bar{K}_{A,I} K_{A,I}, \quad (21)$$

вытекающие из соотношений (1, 4-6), (9-10), (18).

Достигнутое брутто-ионное описание диссоциации ионита в смешанной многоионной форме (17-21) позволяет интерпретировать ионит по аналогии с описанием

диссоциации моноформы ионита (15-16) с единых количественных позиций – не зависимо от его ионного состава и числа составляющих ионит электролитов в их смеси ($RA + \sum_{i=1}^m RB_i$).

Взаимосвязь между брутто-степенью диссоциации ионита и его брутто-ионным составом в смешанной многоионной форме выражается в неявном виде

$$\alpha_R = \sum_{I=A, B_i} \bar{C}_I / a = \sum_{I=A, B_i} N_{I+RI} [\bar{C}_I / (\bar{C}_I + \bar{C}_{RI})] = \sum_{I=A, B_i} N_{I+RI} / (1 + K_{RI} a \alpha_R), \quad (22)$$

где

$$N_{I+RI} = (\bar{C}_I + \bar{C}_{RI}) / a \quad (I = A, B_i : i = 1, \dots, m) \quad (23)$$

– брутто-степень превращения ионита в форму иона I (I=A, B_i; i=1, ..., m).

В простейшем случае – моноформы ионита (m=0: I=A, N_{I+RI}=1) уравнение его диссоциации (22) эквивалентно (15-16), а для бинарной ионообменной системы (m=1: I=A, B) – сводится к кубическому уравнению

$$\alpha_R \prod_{A,B} (1 + K_{RI} a \alpha_R) = 1 + \alpha_R \sum_{A,B} (1 - N_{I+RI}) K_{RI} a \quad (\sum_{A,B} N_{I+RI} = 1),$$

допускающему аналитическое решение в виде явной зависимости брутто-степени диссоциации ионита в смешанной бионной форме от его брутто-ионного состава [15].

В общем случае многокомпонентной ионообменной системы (m>1: I=A, B₁, ..., B_m) зависимость брутто-степени диссоциации ионита α_R от его брутто-многоионного состава $\{N_{A+RA}, N_{B_1+RB_1}, \dots, N_{B_m+RB_m}\}$ находится из компьютерного решения (22-23) средствами MS Excel/Подбор параметра [20] – при любом числе обменивающихся компонентов.

Обсуждение результатов

Полученные уравнения диссоциации ионита в смешанной многоионной форме в зависимости от его брутто-ионного состава (22-23) и состава внешнего раствора сильного электролита (17-21) позволяют, для каждой из взаимосвязанных с α_R брутто-характеристик смешанной многоионной формы не полностью диссоциирующего ионита, установить их прямую зависимость от ионного состава любой из взаимодействующих равновесных фаз рассматриваемой гетерогенной ионообменной системы (1-6). При этом, для брутто-коэффициентов селективности – используется представление (13), для усредненных термодинамических характеристик устойчивости и ионизации функциональных групп – (17-18).

Анализ зависимости степени ионизации функциональных групп ионита в смешанной форме от его брутто-ионного состава $\{N_{A+RA}, N_{B_1+RB_1}, \dots, N_{B_m+RB_m}\}$, в соответствии с полученным уравнением (22), показывает, что α_R , как брутто-характеристика диссоциации ионита, не зависит от его ионного состава только в двух случаях. В случае, когда функциональные группы ионита не устойчивы в паре ни с одним из противоионов ($K_{RI} = 0$, I=A, B_i : i=1, ..., m) и ионит полностью диссоциирован в любой из начальной, конечной и переходных смешанных форм со степенью диссоциации $\alpha_R \equiv 1$. В том случае, когда устойчивость функциональных групп в ионной паре RB_i не зависит от вида противоиона в этой паре ($K_{RB_i} = K_{RA}$; i=1, ..., m), степень диссоциации ионита также постоянна, хотя и меньше единицы ($\alpha_R \equiv const < 1$). В этих, и только в этих случаях, ионит изоселективен по отношению к каждому из противоионов и характеризуется постоянным индивидуальным брутто-коэффициентом селективности ($\langle K_{A,B_i} \rangle \equiv const$), определяемым только селективностью диссоциированной электролитической составляющей фазы ионита к этому

противоиону: $\langle K_{A,B_i} \rangle \equiv K_{A,B_i}$ и не зависящим от селективности, проявляемой ионом к любому другому – конкурирующему иону: $\langle K_{A,B_j} \rangle \equiv K_{A,B_j}$ ($j \neq i$).

В наиболее вероятном случае – различной устойчивости неионизированных функциональных групп с десорбируемым ионом по сравнению, хотя бы с одним, из конкурирующих сорбируемых противоионов ($K_{RA} \neq K_{RB_i}$) степень диссоциации ионита зависит от его брутто-ионного состава, в соответствии с (22-23), в результате чего ионит неизоселективен к каждому из таких противоионов ($K_{RA} \neq K_{RB_j}$) согласно (13). При этом, брутто-коэффициенты бинарного межфазного разделения конкурирующих сорбируемых противоионов (B_j и B_i) с ионом А между собой взаимосвязаны:

$$K_{RA} a \alpha_R = \frac{\langle K_{A,B_j} \rangle - K_{A,B_j}}{K_{RA, RB_j} - \langle K_{A,B_j} \rangle} = \frac{\langle K_{A,B_i} \rangle - K_{A,B_i}}{K_{RA, RB_i} - \langle K_{A,B_i} \rangle} \quad (i \neq j = 1, \dots, m), \quad (24)$$

так, что для каждой такой пары противоионов А– B_j ($j=1, \dots, m$), брутто-коэффициент их бинарного разделения выражается через брутто-коэффициент разделения другой пары ионов А– B_i :

$$\langle K_{A,B_j} \rangle / K_{A,B_j} = \frac{\bar{K}_{A,B_j} - 1}{\bar{K}_{A,B_i} - 1} \langle K_{A,B_i} \rangle / K_{A,B_i} + \frac{\bar{K}_{A,B_i} - \bar{K}_{A,B_j}}{\bar{K}_{A,B_i} - 1}, \quad (25)$$

где $\bar{K}_{A,B_i} = K_{RB_i} / K_{RA}$ – коэффициенты бинарного разделения противоионов А– B_i внутри фазы ионита между его диссоциированной и недиссоциированной электролитическими составляющими: $K_{RA, RB_i} = \bar{K}_{A,B_i} K_{A,B_i}$.

Таким образом, бинарное разделение каждой пары противоионов А– B_i на реальных – не полностью диссоциирующих ионитах, в общем случае, зависит от наличия конкурирующих сорбируемых противоионов ($m > 1$) и осуществляется в определенной взаимосвязи между их бинарными брутто-коэффициентами разделения с десорбируемым ионом – в отличие от проявления независимости бинарных равновесий от количества и содержания конкурирующих компонентов при сорбции полностью диссоциирующими ионообменниками [1], [7-8].

Заключение

Представленный физико-химический строгий подход позволяет прогнозировать изотермы многокомпонентной ионообменной сорбции (2-3) не полностью диссоциирующими неизоселективными ионообменниками (13), (22) по данным бионных равновесий [14] – при минимуме исходной информации, в отличие от брутто-ионного описания с применением формального регрессионного анализа [10-12], [21], требующего большого объема экспериментальных данных и которое не контролирует установленные физико-химические взаимозависимости между брутто-коэффициентами бинарных разделений десорбируемого иона с конкурирующими сорбируемыми противоионами (как функциями ионных составов взаимодействующих фаз) и, тем самым, не позволяет управлять разделением ионов на не полностью диссоциирующих ионитах, как наиболее реальных.

Дальнейшее развитие выбранного направления на основе представлений о неполной диссоциации ионообменника с проведением более детального, чем брутто-ионный, количественного анализа состава его фазы, принимая во внимание как диссоциированные так и недиссоциированные электролитические составляющие каждого из включенных в ионит электролитов ($RI+R+I: I=A, B_i; i=1, \dots, m$), открывает возможности построения теории управляемого диффузионного транспорта в ионообменниках, как не полностью

диссоциирующих ионопроводящих структурах, с учетом двух состояний и конкурирующих механизмов переноса ионов внутри его фазы [22-25], а также условий взаимозависимого неизоелективного обмена ионов (24-25) из их многокомпонентной смеси во внешнем растворе электролита.

Список литературы

1. Физическая химия. Теоретическое и практическое руководство. Учеб. пособие для вузов / Под ред. Б.П. Никольского. – Л.: Химия, 1987. – 880 с.
2. Гельферих Ф. Иониты. Основы ионного обмена / Ф. Гельферих – М.: Ин. лит., 1962. – 490 с.
3. Ионный обмен / Под ред. Я. Маринского. – М.: Мир, 1968. – 565 с.
4. Вулих А.И. Ионообменный синтез / А.И. Вулих – М.: Химия, 1973. – 231 с.
5. Самсонов Г.В., Тростянская Е.Б., Елькин Г.Э. Ионный обмен. Сорбция органических веществ / Г.В Самсонов., Е.Б., Тростянская, Г.Э. Елькин – Л.: Наука, 1969. – 336 с.
6. Иониты в химической технологии / Под ред. Б.П. Никольского и П.Г. Романкова. – Л.: Химия, 1982. – 416 с.
7. Кокотов Ю.А., Пасечник В.А. Равновесие и кинетика ионного обмена / Ю.А. Кокотов, В.А. Пасечник – Л.: Химия, 1970. – 336 с.
8. Кокотов Ю.А., Золотарев П.П., Елькин Г.Э. Теоретические основы ионного обмена: Сложные системы. - Л.: Химия, 1986. – 280 с.
9. Знаменский Ю.П. Связь между параметрами массопереноса и основными физико-химическими свойствами ионитов: Дис... докт. хим. наук. – М.: МГУ, 1993. – 476 с.
10. Солдатов В.С. Простые ионообменные равновесия / В.С. Солдатов – Минск: Наука и техника, 1972. – 218 с.
11. Солдатов В.С., Бычкова В.А. Ионообменные равновесия в многокомпонентных системах / В.С. Солдатов, В.А. Бычкова – Минск: Наука и техника, 1988. – 360 с.
12. Кузьминых В.А., Чикин Г.А., Фрелих П. Равновесие и кинетика сорбции нитрат - селективными анионообменниками / В.А. Кузьминых, Г.А. Чикин, П. Фрелих // Теория и практика сорбционных процессов. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1998. – Вып. 23. – С. 57–80.
13. Кузьминых В.А., Селеменев В.Ф. Степень диссоциации и селективность ионита при ионном обмене / В.А. Кузьминых, В.Ф. Селеменев // Проблемы химии и химической технологии: Труды VIII Региональной научно-технической конференции / 21-22 сентября 2000 г./ – Воронеж: Воронежский госуниверситет, 2000. – С. 343–347.
14. Кузьминых В.А., Селеменев В.Ф. Изменение и обращение селективности не полностью диссоциирующего ионита при ионном обмене / В.А. Кузьминых, В.Ф. Селеменев // Теория и практика сорбционных процессов. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 2000. – Вып. 26. – С. 195–212.
15. Кузьминых В.А., Селеменев В.Ф. Уравнение электролитической диссоциации ионита в смешанной биионной форме / В.А. Кузьминых, В.Ф. Селеменев // Вестник ВГУ. Серия: химия, биология, фармация. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 2006. – № 2. – С. 77–83.
16. Знаменский Ю.П., Бычков Н.В. Кинетика ионообменных процессов / Ю.П. Знаменский, Н.В. Бычков – Обнинск: Принтер, 2000. – 204 с.
17. Заболоцкий В.И., Никоненко В.В. Перенос ионов в мембранах / В.И. Заболоцкий, В.В. Никоненко – М.: Наука, 1996. – 392 с.
18. Кузьминых В.А., Карпов С.И., Селеменев В.Ф. Особенности кинетики селективного многоионного обмена / В.А. Кузьминых, С.И. Карпов, В.Ф. Селеменев // Сорбционные и хроматографические процессы. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 2001. – Т. 1. – Вып. 4. – С. 650–657.
19. Цитович И.К. Аналитическая химия / И.К. Цитович – М.: Колос, 1982. – 320 с.
20. Гельман В.Я. Решение математических задач средствами Excel: Практикум / В.Я. Гельман – СПб.: Питер, 2003. – 240 с.
21. Васильев В.П. Термодинамические свойства растворов электролитов: Учебное пособие / В.П. Васильев – М.: Высш. Школа, 1982. – 320 с.

-
22. Горшков В.И. Панченков Г.М. К вопросу о механизме ионного обмена / В.И. Горшков, Г.М. Панченков // Докл АН СССР. – 1957. – Т. 114. – № 3. – С.575–578.
 23. Николаев Н.И. Диффузия в мембранах / Н.И. Николаев – М.: Химия, 1980. – 232 с.
 24. Знаменский Ю.П., Касперович А.И. О возможных механизмах переноса ионов в ионитах / Ю.П. Знаменский, А.И. Касперович //Журн. физ. химии. – 1972. – Т. 46. – № 2. – С.489–490.
 25. Калинин А.И., Колотинская Е.В. Моделирование кинетики внутридиффузионного бинарного обмена разновалентных ионов в нелинейных селективных системах / А.И. Калинин, Е.В. Колотинская // Журн. физ. химии. – 2000. – Т. 74. – № 3. – С. 473–487.