



УДК 541.18 532.517.4

## Адсорбционное взаимодействие частиц твёрдой и газообразной дисперсных фаз в аппарате с механическим перемешиванием и аэрацией. Теоретическая оценка вероятности дробления «двойных частиц» в одном испытании

Ганин П.Г.

*Санкт-Петербургская государственная химико-фармацевтическая академия, С.-Петербург*

Израелян В.Э

*Санкт-Петербургский государственный университет, С.-Петербург*

Поступила в редакцию 10.12.2008 г.

### Аннотация

Ряд технологических процессов, происходящих в системе жидкость - жидкость - газ - твёрдая фаза с механическим перемешиванием и принудительной аэрацией детерминированы площадями межфазных поверхностей. В таких системах возможна адсорбция частиц дисперсных фаз, образование сложных частиц, в том числе «двойных частиц» и межфазных поверхностей типа газ - твёрдое тело, газ - жидкость, жидкость - твёрдое тело. Дробление «двойных частиц» является случайным процессом, поскольку оно детерминировано случайным характером изменения пульсационной скорости жидкости. Работа посвящена теоретической оценке вероятности дробления адсорбционного взаимодействия частиц газообразной и твёрдой дисперсных фаз в одном испытании при их нахождении в ядре турбулентного потока жидкости.

**Ключевые слова:** адсорбция частиц, дисперсные фазы, газ – твёрдая фаза, турбулентный поток жидкости, аппарат с перемешиванием, устойчивость, дробление, вероятность, одно испытание.

A number of technological processes occurring in liquid – liquid - gas – solid phase system with mechanical stirring and compulsory aeration is determined by the areas of interphase surfaces. In these systems adsorption of particles of disperse phases, formation of complex particles, including «double particles» and interphase surfaces of gas - solid, gas - liquid, liquid - solid type, is possible. Breakup of «double particles» is a random process as it is determined by a random character of change of liquid fluctuating velocity. This research is devoted to a theoretical estimation of probabilities of breakup of adsorption interactions of gas and solid disperse phases particles in one test at their presence in a core of turbulent stream of liquid.

**Key words:** adsorption of particles, disperse phases, gas - solid phase, turbulent stream of liquid, apparatus with stirring, stability, breakup, probability, one test.

### Введение

Ряд технологических процессов происходит в системе жидкость – жидкость – газ – твёрдая фаза с механическим перемешиванием и аэрацией. Скорость протекания некоторых процессов в системах этого типа детерминирована

площадями межфазных поверхностей, например – транспорт жидких гидрофобных соединений (н-алканов) в клетки и рост микроорганизмов [1]. В таких системах возможна адсорбция частиц дисперсных фаз, образование сложных частиц, в том числе «двойных частиц», и межфазных поверхностей типа газ – твёрдое тело, газ – жидкость, жидкость – твёрдое тело. Адсорбция частиц твёрдой и газообразной дисперсных фаз уменьшит адсорбцию частиц других дисперсных фаз, а также площадь межфазных поверхностей типа жидкость – газ и жидкость – твёрдое тело. Очевидно, что дробление «двойных частиц» будет случайным процессом, поскольку в условиях однородной и изотропной турбулентности оно детерминировано локальной величиной пульсационной скорости, имеющей случайный характер изменения, а в реальном аппарате с неоднородным распределением диссипации энергии – также и вероятностью нахождения частиц в той или иной зоне аппарата.

**Цель работы** – теоретическая оценка вероятности дробления в одном испытании «двойных частиц» тип а газ – твёрдое тело в ядре турбулентного потока жидкости в условиях однородной и изотропной турбулентности.

### Теоретическая часть

Вероятность дробления и устойчивости адсорбционного взаимодействия частиц твёрдой и газообразной дисперсных фаз в одном испытании в ядре турбулентного потока оценим из условия устойчивости [2] и свойств пульсационной скорости жидкости при локальной однородной и изотропной турбулентности [3-5].

**Условие устойчивости «двойной частицы»** типа пузырёк газа – твёрдая сфера (условие устойчивости адсорбционного взаимодействия) в ядре турбулентного потока жидкости при однородной и изотропной турбулентности имеет вид [2]

$$\frac{\rho(v'_{\lambda(C+D)} D_{\min})^2}{2^3} \leq \frac{\sigma CD(\sin \theta)^2}{2L_{C,D}} \left[ 1 - \frac{C}{2L_{C,D}} \right] - \frac{D^3(\rho - \rho_{\Gamma})}{6} k_a \left[ \frac{v'_{\lambda(C,D)}^2}{L_{C,D}} \right], \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность жидкой и твёрдой фаз;  $\rho_{\Gamma}$  – плотность газа;  $C$  – диаметр твёрдой частицы;  $D$  – изменённый (вследствие адсорбции) диаметр пузырька;  $D_{\min}$  – диаметр наименьшей из частиц;  $L_{C,D}$  – расстояние между центрами взаимодействующих частиц;  $L_{C+D}$  – длина «двойной частицы»;  $\theta$  – угол смачивания;  $v'_{\lambda(C+D)}$  и  $v'_{\lambda(C,D)}$  – пульсационные скорости масштаба  $\lambda=L_{C+D}$  и  $\lambda=L_{C,D}$ ;  $k_a$  – числовой коэффициент.

Числовой коэффициент  $k_a$  отражает то обстоятельство, что ускорение турбулентных пульсаций масштаба  $\lambda > \lambda_0$  оценивается [3] с точностью до порядка:  $\omega_{a(\lambda)} \sim (\varepsilon_0/\rho)^{2/3} \lambda^{-1/3}$  ( $\varepsilon_0$  – диссипация энергии). Величину  $\omega_{a(\lambda)}$  представим, введя числовой коэффициент  $k_a$ , тогда  $\omega_{a(\lambda)} \approx k_a (\varepsilon_0/\rho)^{2/3} \lambda^{-1/3}$ , где  $k_a$  находится в пределах

$$k_a = 0,33 \div 3,3, \text{ где } k_{a(\min)} \approx 0,33 \text{ (а); } k_{a(ср)} = 1 \text{ (б); } k_{a(\max)} \approx 3,3. \text{ (в)} \quad (2)$$

Уравнение (1) получено для случаев, когда: длина «двойной частицы» удовлетворяет условию  $\lambda_0 < L_{C+D} < l$  (где  $\lambda_0$  – внутренний масштаб турбулентности,  $l$  – размер области, в которой происходит движение); диаметр пузырьков больше толщины пограничного подслоя вблизи твёрдых частиц  $D > \delta_0$ ; плотность жидкости и твёрдых частиц близки по величине  $\rho_{\text{ж}} \approx \rho_{\text{т}} \approx \rho$ ; выталкивающая сила, действующая на пузырёк, существенно меньше силы инерции; угол смачивания не слишком велик.

Очевидно, что если угол смачивания не слишком велик, то диаметр исходного пузырька  $D_0$  не слишком изменится при адсорбции и можно принять

$$D \approx D_0. \quad (3)$$

Можно показать, что

$$D_{\min} = 0,5(C + D - |C - D|), \quad (4)$$

$$L_{C,D} = 0,5(C^2 + D^2 + CD \cos \theta)^{0,5}, \quad (5)$$

$$L_{C+D} = 0,5[C + D + (C^2 + D^2 + CD \cos \theta)^{0,5}]. \quad (6)$$

В уравнение (1) входят пульсационные скорости двух масштабов  $\lambda_1=L_{C+D}$  и  $\lambda_2=L_{C,D}$ . Преобразуем (1) так, чтобы фигурировала пульсационная скорость одного масштаба. Согласно «закону двух третей» Колмагорова–Обухова [4, 5], имеем

$$(v'_{\lambda})^2 \approx (\varepsilon_0^L \lambda)^{\frac{2}{3}}, \quad (7)$$

где  $v'_{\lambda}$  – пульсационная скорость жидкости;  $\varepsilon_0^L$  – локальное значение скорости диссипации энергии в расчёте на единицу массы жидкости;  $\lambda$  – масштаб движения.

Пульсационные скорости масштаба  $\lambda_1=L_{C+D}$  и  $\lambda_2=L_{C,D}$ , с учётом (7), для случая однородной и изотропной турбулентности, соответственно, представим, как:

$$(v'_{\lambda(C+D)})^2 \approx (\varepsilon_0 L_{C+D})^{\frac{2}{3}}, \quad (8)$$

$$(v'_{\lambda(C,D)})^2 \approx (\varepsilon_0 L_{C,D})^{\frac{2}{3}}, \quad (9)$$

откуда следует

$$(v'_{\lambda(C,D)})^2 \approx (\varepsilon_0 L_{C+D})^{\frac{2}{3}} \left( \frac{L_{C,D}}{L_{C+D}} \right)^{\frac{2}{3}} = (v'_{\lambda(C+D)})^2 \left( \frac{L_{C,D}}{L_{C+D}} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (10)$$

Уравнение (1), с учётом (10), можно представить в виде

$$\frac{\rho}{2^3} (v'_{\lambda(C+D)} D_{\min})^2 \leq \frac{\sigma CD (\sin \theta)^2}{2L_{C,D}} \left[ 1 - \frac{C}{2L_{C,D}} \right] - k_a \frac{D^3 (\rho - \rho_{\Gamma})}{6L_{C,D}} \left( \frac{L_{C,D}}{L_{C+D}} \right)^{\frac{2}{3}} v'_{\lambda(C+D)}{}^2. \quad (11)$$

**Наименьшая величина пульсационной скорости  $v'_{(кр)\lambda(C+D)}$ , превышение которой приведёт к дроблению «двойной частицы», с учётом (11), должна удовлетворять условию (12), откуда получим оценку (13):**

$$\frac{\rho (v'_{(кр)\lambda(C+D)} D_{\min})^2}{2^3} \approx \frac{\sigma CD (\sin \theta)^2}{2L_{C,D}} \left[ 1 - \frac{C}{2L_{C,D}} \right] - k_a \frac{D^3 (\rho - \rho_{\Gamma})}{6L_{C,D}} \left( \frac{L_{C,D}}{L_{C+D}} \right)^{\frac{2}{3}} v'_{(кр)\lambda(C+D)}{}^2, \quad (12)$$

$$v'_{(кр)\lambda(C+D)} \approx (\sin \theta) \left[ \frac{\frac{\sigma CD}{L_{C,D}} \left( 1 - \frac{C}{2L_{C,D}} \right)}{\frac{\rho D_{\min}^2}{2^2} + k_a \frac{(\rho - \rho_{\Gamma})}{3} \left( \frac{L_{C,D}}{L_{C+D}} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{D^3}{L_{C,D}}} \right]^{0,5}. \quad (13)$$

**Условие дробления «двойной частицы» в одном испытании, представим**

$$v'^{(1)}_{\lambda(C+D)} > v'_{(кр)\lambda(C+D)}, \quad (14)$$

где  $v'^{(1)}_{\lambda(C+D)}$  – пульсационная скорость усреднённой за время равное одному характерному периоду пульсаций масштаба «двойной частицы»  $\lambda=L_{C+D}$ .

**Вероятность дробления «двойной частицы» в одном испытании  $P_{\text{дроб.}\lambda(C+D)}$ , с учётом (14), можно представить**

$$P_{\text{дроб.}\lambda(C+D)} = p(v'^{(1)}_{\lambda(C+D)} > v'_{(кр)\lambda(C+D)}),$$

или

$$P_{\text{дроб.}\lambda(C+D)} = 1 - p(v'^{(1)\lambda(C+D)} < v'_{(\text{кр})\lambda(C+D)}), \quad (15)$$

где  $p(v'^{(1)\lambda(C+D)} > v'_{(\text{кр})\lambda(C+D)})$  и  $p(v'^{(1)\lambda(C+D)} < v'_{(\text{кр})\lambda(C+D)})$  – вероятности выполнения условия  $v'^{(1)\lambda(C+D)} > v'_{(\text{кр})\lambda(C+D)}$  и условия  $v'^{(1)\lambda(C+D)} < v'_{(\text{кр})\lambda(C+D)}$ , соответственно.

Как известно [6, 7], амплитуда пульсационной скорости является случайной величиной, распределённой в первом приближении по нормальному закону.

Вероятность попадания случайной величины  $X$ , имеющей нормальное распределение, в заданный интервал ( $< y$ ) выражается через функцию Лапласа [8]

$$p(|X - m_X| < y) = \Phi_L \left( 2^{\frac{1}{2}} \frac{y}{\sigma_X} \right), \quad (16)$$

где  $m_X$  – математическое ожидание случайной величины  $X$ ;  $y$  – граница интервала;  $\sigma_X$  – среднеквадратичное отклонение случайной величины  $X$ ;  $\Phi_L$  – функция Лапласа

$$\Phi_L(X) = \frac{2}{\pi^{\frac{1}{2}}} \int_0^X \exp(-t^2) dt. \quad (17)$$

Принимая во внимание (16, 17), уравнение (15) можно представить в виде

$$P_{\text{дроб.}\lambda(C+D)} = 1 - \Phi_L \left( 2^{\frac{1}{2}} \frac{v'_{(\text{кр})\lambda(C+D)}}{\sigma_{v'}} \right), \quad (18)$$

где  $\sigma_{v'}$  – среднеквадратичное отклонение пульсационной скорости.

Пульсационная скорость жидкости, по определению этой величины, представляет собой среднеквадратичное значение пульсационной скорости (усреднённое за бесконечно большой промежуток времени) [3, 7], таким образом

$$v'_{\lambda} \equiv \sigma_{v'_{\lambda}}. \quad (19)$$

Уравнение (18) с учётом (19) примет вид

$$P_{\text{дроб.}\lambda(C+D)} = 1 - \Phi_L \left( 2^{\frac{1}{2}} \frac{v'_{(\text{кр})\lambda(C+D)}}{v'_{\lambda(C+D)}} \right) = 1 - \Phi_L \left( 2^{\frac{1}{2}} A \right), \quad (20)$$

где

$$A = \frac{v'_{(\text{кр})\lambda(C+D)}}{v'_{\lambda(C+D)}}. \quad (21)$$

Как следует из (21), величина  $A$ , показывает во сколько раз критическая величина пульсационной скорости, достаточная для дробления данной «двойной частицы» ( $v'_{(\text{кр})\lambda(C+D)}$ ), больше пульсационной скорости  $v'_{\lambda(C+D)}$  (усреднённая величина за бесконечно большой промежуток времени [3, 7]) масштаба  $\lambda=L_{C+D}$ .

Выражая пульсационную скорость  $v'_{\lambda(C+D)}$  через диссипацию энергии  $\varepsilon_0$  и масштаб движения  $\lambda=L_{C+D}$ , с учётом (7, 13), уравнение (21) примет вид

$$A = \frac{(\sin \theta)}{(\varepsilon_0 L_{C+D})^{\frac{1}{3}}} \left[ \frac{\frac{\sigma CD}{L_{C,D}} \left( 1 - \frac{C}{2L_{C,D}} \right)}{\frac{\rho D_{\min}^2}{2^2} + k_a \frac{(\rho - \rho_{\Gamma})}{3} \left( \frac{L_{C,D}}{L_{C+D}} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{D^3}{L_{C,D}}} \right]^{0,5}. \quad (22)$$

**Вероятность дробления «двойной частицы» как функция приведённых размеров частиц**, как следует из (20, 22), сводится к выражению величины  $A$ , через приведённые размеры. Очевидно, что удобно использовать приведённые размеры,

выраженные через диаметр наибольших пузырьков газа устойчивых в ядре турбулентного потока жидкости при однородной и изотропной турбулентности ( $d_{кр}$ ).

Величина  $d_{кр}$  оценивается [7] из уравнения устойчивости

$$\frac{1}{2} \rho \left( \frac{\rho_{\Gamma}}{\rho} \right)^{\frac{1}{3}} (v'_d)^2 \approx 4 \frac{\sigma}{d}, \quad (23)$$

принимая в расчёт максимальную локальную величину пульсационной скорости ( $v'_{max}$ ) соответствующего масштаба ( $\lambda=d_{кр}$ ) (где  $\sigma$  – поверхностное натяжение)

$$\frac{1}{2} \rho \left( \frac{\rho_{\Gamma}}{\rho} \right)^{\frac{1}{3}} (v'_{(max)d_{кр}})^2 \approx 4 \frac{\sigma}{d_{кр}}. \quad (24)$$

Из уравнения (24) получим

$$(v'_{(max)d_{кр}})^2 \approx 2^3 \frac{\sigma}{d_{кр}} \frac{1}{\rho} \left( \frac{\rho}{\rho_{\Gamma}} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (25)$$

Из уравнений (13, 25) после элементарных преобразований получим

$$\left( \frac{v'_{(кр)\lambda(C+D)}}{v'_{(max)d_{кр}}} \right)^2 \approx \frac{2^{-3} (\sin \theta)^2 d_{кр} \frac{CD}{L_{C,D}} \left( 1 - \frac{C}{2L_{C,D}} \right) \rho \left( \frac{\rho_{\Gamma}}{\rho} \right)^{\frac{1}{3}}}{\frac{\rho(D_{min})^2}{2^2} + k_a \frac{D^3 (\rho - \rho_{\Gamma})}{3L_{C,D}} \left( \frac{L_{C,D}}{L_{C+D}} \right)^{\frac{2}{3}}},$$

,откуда, переходя к приведённым линейным размерам ( $\lambda^*=\lambda/d_{кр}$ ), будем иметь

$$\left( \frac{v'_{(кр)\lambda(C+D)}}{v'_{(max)d_{кр}}} \right)^2 \approx \frac{2^{-3} (\sin \theta)^2 \frac{C^* D^*}{L^*_{C,D}} \left( 1 - \frac{C^*}{2L^*_{C,D}} \right) \rho \left( \frac{\rho_{\Gamma}}{\rho} \right)^{\frac{1}{3}}}{\frac{\rho(D^*_{min})^2}{2^2} + k_a \frac{D^{*3} (\rho - \rho_{\Gamma})}{3L^*_{C,D}} \left( \frac{L^*_{C,D}}{L^*_{C+D}} \right)^{\frac{2}{3}}},$$

откуда

$$v'_{(кр)\lambda(C+D)} \approx K v'_{(max)d_{кр}}, \quad (26)$$

где

$$K = \frac{v'_{(кр)\lambda(C+D)}}{v'_{(max)d_{кр}}} \approx 2^{\frac{3}{2}} (\sin \theta) \left[ \frac{\frac{C^* D^*}{L^*_{C,D}} \left( 1 - \frac{C^*}{2L^*_{C,D}} \right) \rho \left( \frac{\rho_{\Gamma}}{\rho} \right)^{\frac{1}{3}}}{\frac{\rho(D^*_{min})^2}{2^2} + k_a \frac{D^{*3} (\rho - \rho_{\Gamma})}{3L^*_{C,D}} \left( \frac{L^*_{C,D}}{L^*_{C+D}} \right)^{\frac{2}{3}}} \right]^{\frac{1}{2}}; \quad (27)$$

$$C^* = \frac{C}{d_{кр}}; \quad D^* = \frac{D}{d_{кр}}; \quad D^*_{min} = \frac{D_{min}}{d_{кр}}; \quad L^*_{C,D} = \frac{L_{C,D}}{d_{кр}}; \quad L^*_{C+D} = \frac{L_{C+D}}{d_{кр}}. \quad (28)$$

Поскольку амплитудная величина пульсационной скорости является случайной величиной распределенной в первом приближении по закону нормального распределения, для её максимальной величины принимается оценка [7]

$$v'_{max} \approx 3v', \quad (29)$$

а для максимальной величины пульсационной скорости масштаба  $\lambda=d_{кр}$

$$v'_{(\max)d_{kp}} \approx 3v'_{d_{kp}}, \quad (30)$$

Оценка (26), с учётом (30), примет вид

$$v'_{(kp)\lambda(C+D)} \approx 3Kv'_{d_{kp}}. \quad (31)$$

Для пульсационных скоростей масштаба  $\lambda=d_{kp}$ , из уравнения (7) получим

$$v'_{d_{kp}} \approx (\varepsilon_0 d_{kp})^{\frac{1}{3}}. \quad (32)$$

Из уравнений (8, 32) будем иметь

$$v'_{d_{kp}} \approx v'_{\lambda(C+D)} \left( \frac{d_{kp}}{L_{C+D}} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (33)$$

Уравнение (26), с учётом (33), примет вид

$$v'_{(kp)\lambda(C+D)} \approx 3Kv'_{\lambda(C+D)} \left( \frac{d_{kp}}{L_{C+D}} \right)^{\frac{1}{3}} = Av'_{\lambda(C+D)}, \quad (34)$$

где

$$A = \frac{v'_{(kp)\lambda(C+D)}}{v'_{\lambda(C+D)}} \approx 3K \left( \frac{d_{kp}}{L_{C+D}} \right)^{\frac{1}{3}} \equiv 3K \left( \frac{1}{L^*_{C+D}} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (35)$$

Из уравнения (35), с учётом (27), получим оценку величины А, выраженную через приведённые линейные размеры взаимодействующих частиц

$$A \approx 3 \times 2^{-\frac{3}{2}} (\sin \theta) \left( \frac{1}{L^*_{C+D}} \right)^{\frac{1}{3}} \left[ \frac{\frac{C^* D^* \left( 1 - \frac{C^*}{2L^*_{C,D}} \right) \rho \left( \frac{\rho_{\Gamma}}{\rho} \right)^{\frac{1}{3}}}{L^*_{C,D}}}{\frac{\rho D^{*2}_{\min}}{2^2} + k_a \frac{D^{*3} (\rho - \rho_{\Gamma}) \left( \frac{L^*_{C,D}}{L^*_{C+D}} \right)^{\frac{2}{3}}}{3L^*_{C,D}}} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (36)$$

**Вероятность дробления «двойной частицы» как функция межфазного натяжения.** В ряде случаев для оценки  $r_{\text{дроб.}\lambda(C+D)}$  (20, 27, 36), может оказаться удобным исключить угол смачивания  $\theta$ . Согласно закону Юнга [9]

$$\cos(\theta_{\text{равн}}) = \frac{\sigma_{T-\Gamma} - \sigma_{T-Ж}}{\sigma_{Ж-\Gamma}}, \quad (37)$$

откуда, с учётом  $(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$ , следует

$$\sin(\theta_{\text{равн}}) = \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_{T-\Gamma} - \sigma_{T-Ж}}{\sigma_{Ж-\Gamma}} \right)^2 \right]^{0,5}, \quad (38)$$

где  $\sigma_{T-\Gamma}$ ;  $\sigma_{T-Ж}$ ;  $\sigma_{Ж-\Gamma}$  – межфазное натяжение твёрдое тело – газ; твёрдое тело – жидкость; жидкость – газ, соответственно.

Если угол смачивания ( $\theta$ ) близок к равновесной величине ( $\theta_{\text{равн}}$ )

$$\theta \approx \theta_{\text{равн}}, \quad (39)$$

то величины, заданные зависимостями (5, 6), соответственно, примут вид

$$L_{C,D} = 0,5 \left( C^2 + D^2 + CD \frac{\sigma_{T-\Gamma} - \sigma_{T-Ж}}{\sigma_{Ж-\Gamma}} \right)^{0,5}, \quad (40)$$

$$L_{C+D} = 0,5 \left[ C + D + \left( C^2 + D^2 + CD \frac{\sigma_{T-\Gamma} - \sigma_{T-Ж}}{\sigma_{Ж-\Gamma}} \right)^{0,5} \right]. \quad (41)$$

**Вероятность устойчивости «двойной частицы» в одном испытании**  
 $p_{уст.\lambda(C+D)}$  оценим из очевидного условия (42), откуда с учётом (20), получим (43):

$$p_{уст.\lambda(C+D)} = 1 - p_{дроб.\lambda(C+D)}, \quad (42)$$

$$p_{уст.\lambda(C+D)} = \Phi_L \left( 2^{\frac{1}{2}} A \right), \quad (43)$$

где величина  $A$  оценивается зависимостями (22) или (36), а при  $\theta \approx \theta_{равн}$  (39) можно исключить угол смачивания, используя зависимости (38, 40, 41).

**Случай  $C \ll D$ ,  $\rho_\Gamma \ll \rho$ .** Если диаметр твёрдых частиц существенно меньше пузырьков газа

$$C \ll D, \quad (44)$$

зависимости (5, 6) примут приближённый вид, соответственно:

$$L_{C,D} \approx 0,5D, \quad (a); \quad L_{C+D} \approx D, \quad (б). \quad (45)$$

Величина  $D_{min}$ , заданная зависимостью (4), при условии (44), составит

$$D_{min} = C, \quad (\text{соответственно } D_{min}^* = C^*). \quad (46)$$

Очевидно, что плотность газа существенно меньше плотности жидкости

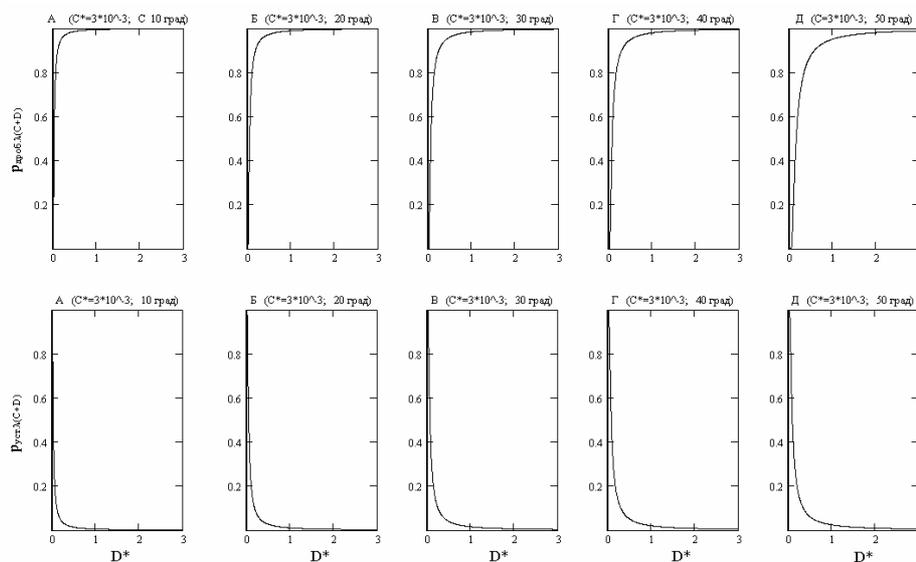
$$\rho_\Gamma \ll \rho, \quad (47)$$

тогда можно принять

$$\rho - \rho_\Gamma \approx \rho. \quad (48)$$

При условии (44, 47), оценка величины  $A$  (36), с учётом точности оценки числового коэффициента  $k_a$  (2), а также приближений (45, 48), примет вид

$$A \approx 3^{\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{7}{6}} (\sin \theta) \left( \frac{1}{D^*} \right)^{\frac{4}{3}} \left[ C^* \frac{1}{k_a} \left( \frac{\rho_\Gamma}{\rho} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (49)$$



**Рис. 1.** Расчётные зависимости вероятности дробления ( $p_{дроб.\lambda(C+D)}$ ) и устойчивости ( $p_{уст.\lambda(C+D)}$ ) «двойной частицы» в одном испытании  $p_{уст.\lambda(C+D)}$  от приведённого диаметра пузырька  $D^*$  для различных углов смачивания ( $\theta$ ).

Расчитано для  $k_a=1$ ,  $\rho=1000$ ,  $\rho_\Gamma=1$  (кг/м<sup>3</sup>),  $C^*=3 \times 10^{-3}$ .

На рис. 1-3 приведены расчётные зависимости вероятности дробления и устойчивости «двойной частицы» в одном испытании от: приведённого диаметра пузырька  $D^*$  для приведённого диаметра частиц твёрдой дисперсной фазы  $C^*=3 \times 10^{-3}$  и различных углов смачивания ( $\theta$ ) (рис. 1); угла смачивания ( $\theta$ ) для приведённого диаметра пузырька  $D^*=1$  и различных приведённых диаметров частиц твёрдой дисперсной фазы ( $C^*$ ) (рис. 2); приведённого диаметра частиц твёрдой дисперсной фазы ( $C^*$ ) для приведённого диаметра пузырька  $D^*=1$  и различных углов смачивания ( $\theta$ ) (рис. 3). Расчёт проведён по уравнениям (20, 43) с учётом (36), принимая в расчёт  $k_a=k_{a(cD)}=1$  (2.a) для плотности жидкости (вода)  $\rho \approx 1000$  и газа (воздух)  $\rho_r \approx 1$ ,  $\text{кг/м}^3$ .

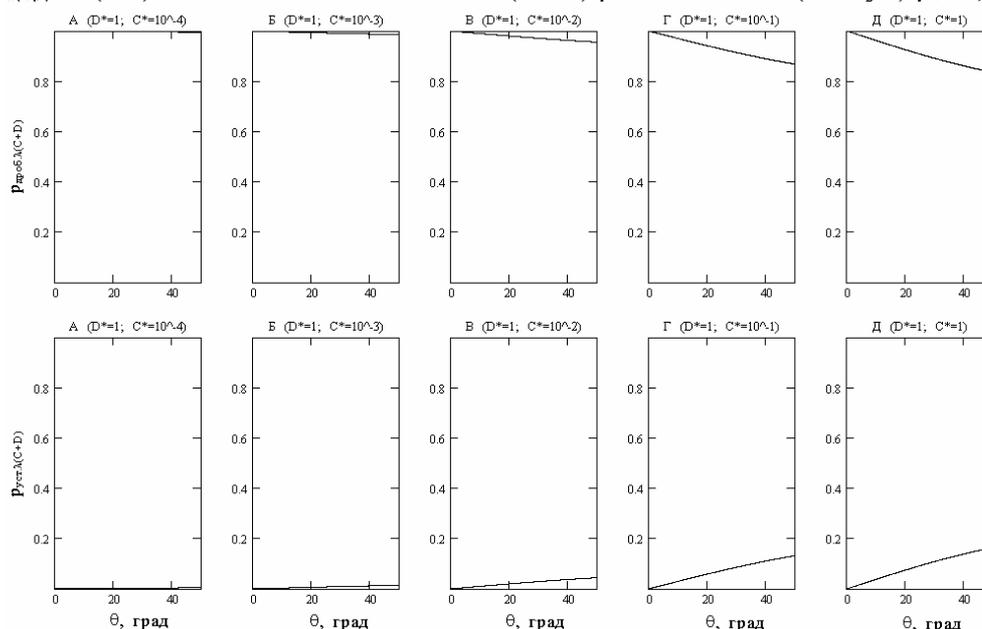


Рис. 2. Расчётные зависимости вероятности дробления ( $p_{\text{дроб.}\lambda(C+D)}$ ) и устойчивости ( $p_{\text{уст.}\lambda(C+D)}$ ) «двойной частицы» в одном испытании от угла смачивания ( $\theta$ ) для различных приведённых диаметров частиц твёрдой дисперсной фазы ( $C^*$ ).

Рассчитано для  $\rho=1000$ ,  $\rho_r=1$  ( $\text{кг/м}^3$ ),  $D^*=1$ .

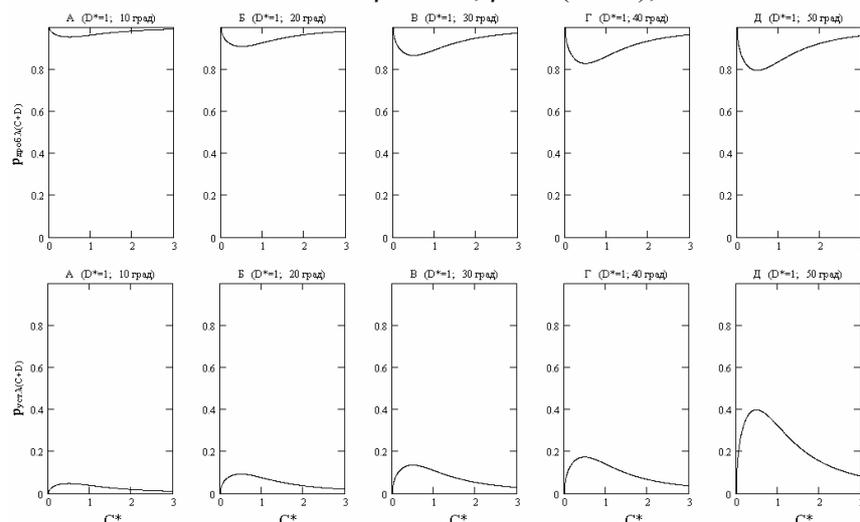


Рис. 3. Расчётные зависимости вероятности дробления ( $p_{\text{дроб.}\lambda(C+D)}$ ) и устойчивости ( $p_{\text{уст.}\lambda(C+D)}$ ) «двойной частицы» в одном испытании от приведённого диаметра частиц твёрдой дисперсной фазы ( $C^*$ ) для различных углов смачивания ( $\theta$ ).

Рассчитано для  $\rho=1000$ ,  $\rho_r=1$  ( $\text{кг/м}^3$ ),  $D^*=1$ .

## Обсуждение результатов

Отметим, что приведённые оценки вероятности дробления и устойчивости не распространяются на те случаи, на которые не распространяется базовое уравнение устойчивости «двойной частицы» в ядре турбулентного потока жидкости (1) [2].

На практике может оказаться удобным в уравнении устойчивости (1) и построенной на его основе оценке вероятности дробления и устойчивости адсорбционного взаимодействия частиц использовать диаметр не деформированного ( $D$ ), а исходного (недеформированного) ( $D_0$ ) пузырька газа. Приведённое приближение (3) связано с тем обстоятельством, что использование в уравнении устойчивости (1) диаметра исходного недеформированного пузырька ( $D_0$ ) приведёт к сложностям, обусловленным необходимостью решения кубического уравнения (связывающего  $D_0$  и  $D$ ) в явном аналитическом виде. Очевидно, что при известных численных значениях  $D^*_0$ ,  $C^*$  и  $\theta$  оценка вероятности дробления и устойчивости, как функции от  $D_0$ , не представляет сложности.

## Заключение

1. В условиях однородного и изотропного турбулентного движения жидкости дробление и устойчивость «двойных частиц» типа газ – твёрдая фаза (сорбент), образованных вследствие адсорбции частиц дисперсных фаз:

- имеет случайный характер;
- вероятности дробления и устойчивости зависят от размеров адсорбированных частиц ( $C$ ,  $D$ ), угла смачивания ( $\theta$ ), плотности фаз ( $\rho_{ж}$ ,  $\rho_{т}$ ,  $\rho_{г}$ ) и диаметра наибольших пузырьков газа, устойчивых в ядре турбулентного потока жидкости ( $d_{кр}$ ) (или поверхностного натяжения жидкости  $\sigma$  и диссипации энергии  $\varepsilon_0$ ).

2. В реальном аппарате с механическим перемешиванием вероятности дробления и устойчивости «двойных частиц» в одном испытании различны в различных зонах аппарата. Их аналитическая оценка возможна на основе принятия в расчёт «локальных величин»  $d_{кр}$  для зон  $d_{кр,Z}$  (или поверхностного натяжения жидкости  $\sigma$  и локальной величины диссипации энергии в зоне  $\varepsilon_0^Z$ ).

3. В процессах, происходящих в ядре турбулентного потока жидкости дисперсной системы типа жидкость – газ – твёрдое тело и включающих стадию адсорбции частиц твёрдой и жидкой дисперсных фаз, необходимо учитывать адсорбцию частиц твёрдой и газообразной дисперсных фаз (уменьшение свободной поверхности частиц твёрдой фазы) и зависимость вероятности устойчивости их адсорбционного взаимодействия от размеров частиц.

4. Для аналитической оценки вероятности дробления и устойчивости адсорбционного взаимодействия частиц твёрдой и газообразной дисперсных фаз, в которых поверхностные свойства индивидуальных частиц дисперсных фаз различаются или зависят от их размера, необходимо принимать в расчёт соответствующие (индивидуальные) углы смачивания.

## Список литературы

1. Кафаров В.В., Винаров А.Ю., Гордеев Л.С. Моделирование биохимических реакторов. М.: Лесная промышленность, 1979. 344 с.

- 
2. Ганин П.Г. Теоретическая оценка устойчивости адсорбционного взаимодействия частиц твёрдой и газообразной дисперсных фаз в аппарате с механическим перемешиванием и аэрацией. // Сорбционные и хроматографические процессы. 2008. Т.8. Вып. 4. С. 553-569
3. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 699 с.
4. Колмагоров А.Н. Рассеяние энергии при локальной изотропной и турбулентности // Докл. АН СССР. 1941. Т. 32. Вып. С. 19-21.
5. Обухов А.М. О распределении энергии в спектре турбулентного потока // Докл. АН СССР. 1941. Т. 32. Вып. С. 22-24.
6. Бреншоу П. Введение в турбулентность и её измерение. М.: Мир, 1974. 277 с.
7. Брагинский Л.Н., Барабаш В.М., Бегачёв В.И. Перемешивание в жидких средах. Физические основы и методы расчёта. Л.: Химия, 1984. 336 с.
8. Гурский Е.И. Теория вероятностей с элементами математической статистики. М.: Высшая школа, 1971. 328.
- 

**Ганин Павел Георгиевич** – к.т.н., ст. науч. сотр. кафедры микробиологии Санкт-Петербургской государственной химико-фармацевтической академии, Санкт-Петербург, тел. 8(812) 277-57-67

**Израэлян Ваграм Эдуардович** - магистр кафедры молекулярной биофизики Санкт-Петербургского государственного университета, Санкт-Петербург, 8(812) 307-28-91

**Ganin Pavel Georgievich** – Ph.D (Biotechnology) senior researcher, Microbiology Department, St. Petersburg State Chemical-Pharmaceutical Academy, St Petersburg, Russia, e-mail: [ganin-pavel@rambler.ru](mailto:ganin-pavel@rambler.ru)

**Israelyan Vagram Eduardovich** – MS Molecular Biophysics Department, St. Petersburg State University, St. Petersburg, Russia, e-mail: [vagrus@gmail.com](mailto:vagrus@gmail.com)